Oscillateur de Pohl

Version papier téléchargeable

Table des matières

Objectifs

Il s'agit de mettre en évidence les phénomènes d'oscillations libres, amorties et forcées (phénomène de résonance).

1 Théorie

1. 1.1 Appareil de Van der Pohl

Le pendule tournant d'après Pohl est constitué d'un système oscillant monté sur une plaque de base en bois et d'un moteur électrique.

Le système oscillant est constitué d'une roue en cuivre (5) montée sur un roulement à billes qui est reliée à la barre de l'excitateur par un ressort spiral (6) fournissant le couple de rappel.

Le pendule est excité par un moteur à courant continu à vitesse réglable (réglages grossier et fin qui, par l'action d'un excentrique (14) à barre de traction (13), étire et comprime régulièrement le ressort spiral et fait ainsi osciller la roue en cuivre.

Un frein électromagnétique à courants de Foucault (11) est utilisé pour l'amortissement.

Une bague graduée (4) à fentes et graduation en pas de 2 mm entoure le système oscillant ; l'excitateur et le résonateur sont pourvus de pointeurs.

[cf. Appareil de Van der Pohl]

2. 1.2 Equation du mouvement

L'équation différentielle vérifiée par ce système tournant peut s'écrire sous la forme suivante :

$J\ddot{\phi} + b\dot{\phi} + D\phi = 0$ (1)

où J correspond au moment d'inertie du système, ϕ l'angle par rapport à la position d'équilibre du pendule, D le facteur de proportionnalité entre l'angle et le couple, et b le coefficient de frottement visqueux.

Cette équation peut encore s'écrire sous la forme introduite en cours :

$\ddot{\phi} + \frac{b}{J}\dot{\phi} + \frac{D}{J}\phi = 0$ (2)

On reconnaît la pulsation propre du système ω_0 ainsi que le coefficient d'amortissement normalisé γ:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{D}{J}}$$

$$\gamma = \frac{b}{J}$$

Il s'agit donc d'un système équivalent à un système masse-ressort classique d'équation différentielle :

$$\ddot{\phi} + \gamma\dot{\phi} + \omega_0^2\phi = 0$$

3. 1.3 Oscillations amorties

Lorsque le coefficient γ est différent de 0, les solutions de cette équation différentielles peuvent s'écrire sous la forme suivante, en supposant que le pendule est lâché sans vitesse initiale, et que le frottement n'est pas important.

$$\phi = \Phi_0 e^{-\frac{\gamma}{2}t} cos(\omega t)$$

La pulsation ω du résonateur est modifiée légèrement par rapport à la pulsation propre ω_0 selon la relation :

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$$

Les oscillations sont donc amorties avec une amplitude qui décroit de façon exponentielle en $e^{-\frac{\gamma}{2}t}$.

Le calcul du coefficient d'amortissement peut être effectué en mesurant l'amplitude successive des oscillations.

Soit ϕ_n l'amplitude maximale de la n-ième oscillation, et soit T la période d'oscillation, la relation précédente montre que :

$$\frac{\phi_n}{\phi_{n+1}} = \frac{e^{-\frac{\gamma}{2}t}}{e^{-\frac{\gamma}{2}(t+T)}} = e^{\frac{\gamma}{2}T} = K$$

On peut remarquer que d'une oscillation à l'autre, le rapport des amplitudes maximales K reste le même. Il s'en suit que :

$$ln(K) = \frac{\gamma}{2}T$$

4. 1.4 Oscillations forcées

L'équation différentielle régissant les oscillations forcées est la suivante :

$$\ddot{\phi} + \gamma\dot{\phi} + \omega_0^2\phi = F_0 cos(\omega_a t) \quad (4)$$

F_0 représente la force appliquée sur le pendule.

Cette équation admet comme solutions des solutions oscillantes de la forme :

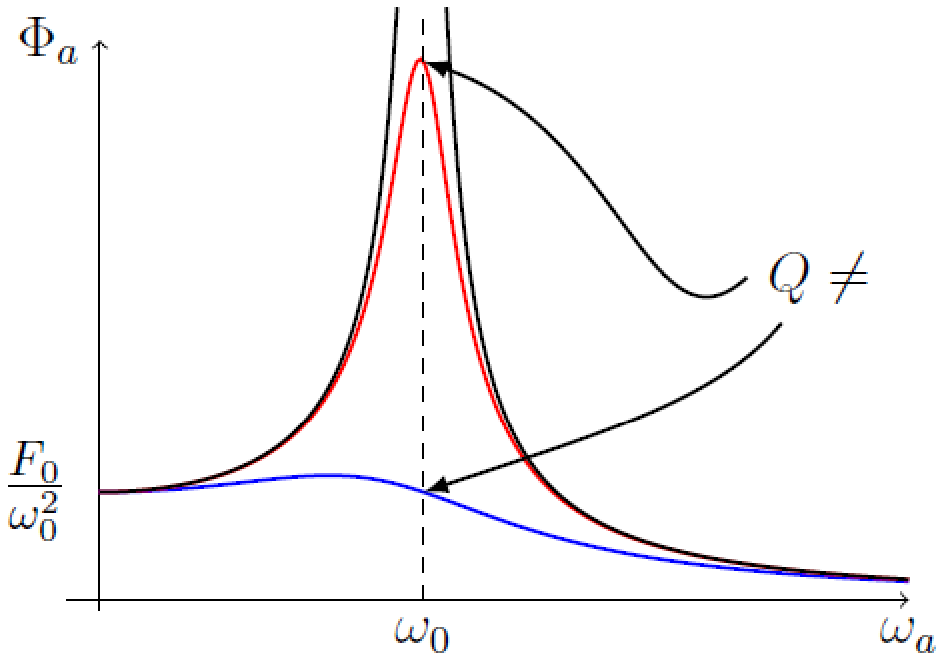
$$\phi = \Phi_a cos(\omega_a t - \Phi_a) \quad (5)$$

où Φ_a représente la pulsation appliquée par la source extérieure.

On peut montrer (cf cours) que l'amplitude des oscillations Φ_a ne dépend que de la pulsation appliquée (et pas des conditions initiales) dans le cas du régime stationnaire. L'expression de Φ_a vaut :

$$\Phi_a = \frac{F_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_a^2)^2 + (\gamma.\omega_a)^2}} \quad (6)$$

La courbe suivante représente l'évolution de Φ en fonction de ω_a. Un phénomène de résonance apparaît lorsque la pulsation est proche de la pulsation propre du système.


Φ_a
$Q \neq$
$\frac{F_0}{\omega_0^2}$
ω_0
ω_a

2 Partie expérimentale

1. Attention ! ! !

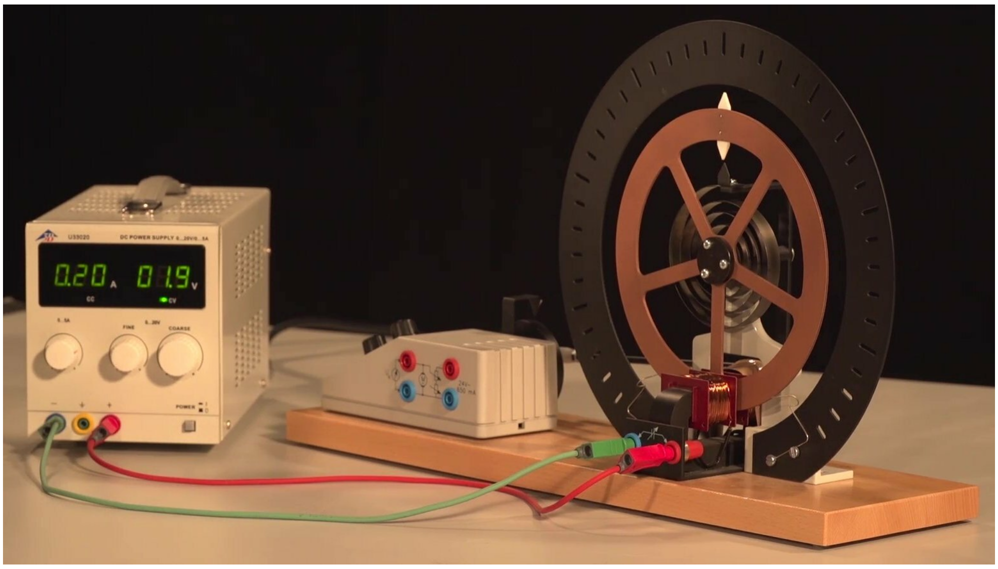
Attention

Ne jamais dépasser 24V CC pour la tension du moteur.

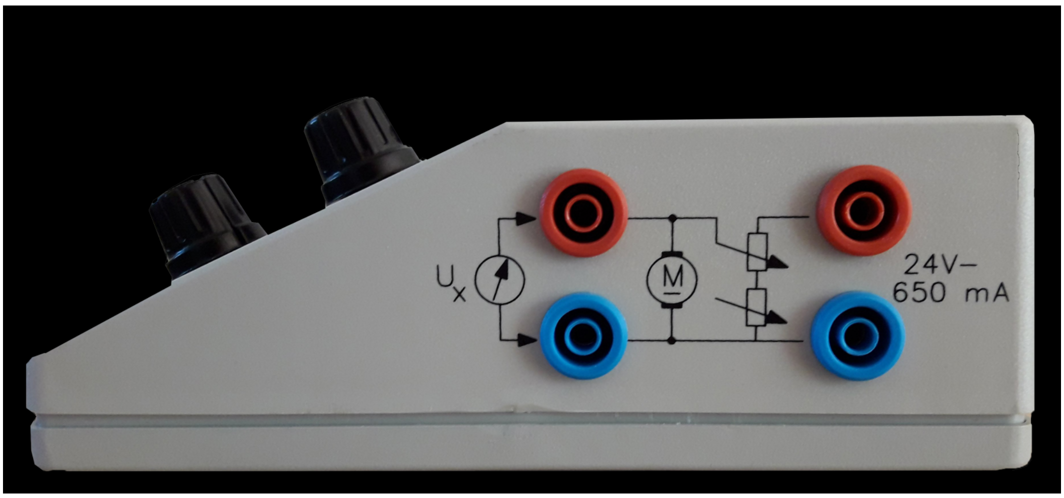
Attention

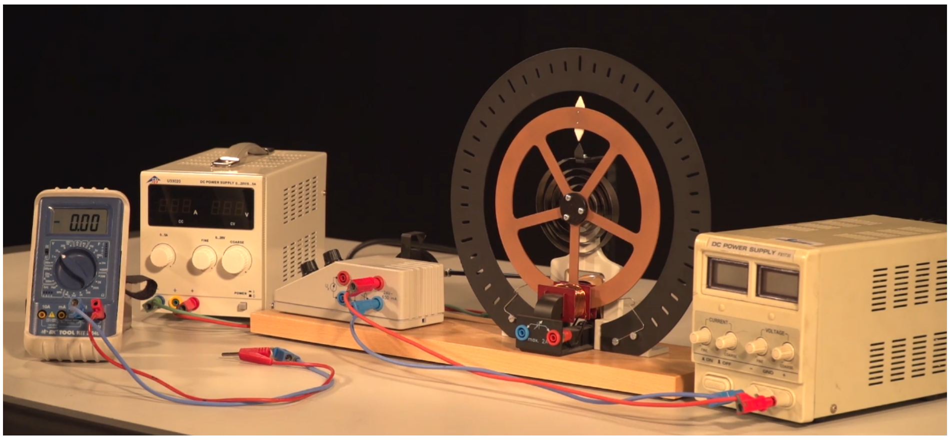
Ne pas dépasser un courant de 2 A pour les bobines permettant d'ajuster le frottement.

Le branchement de la bobine d'amortissement se fait comme la figure suivante :

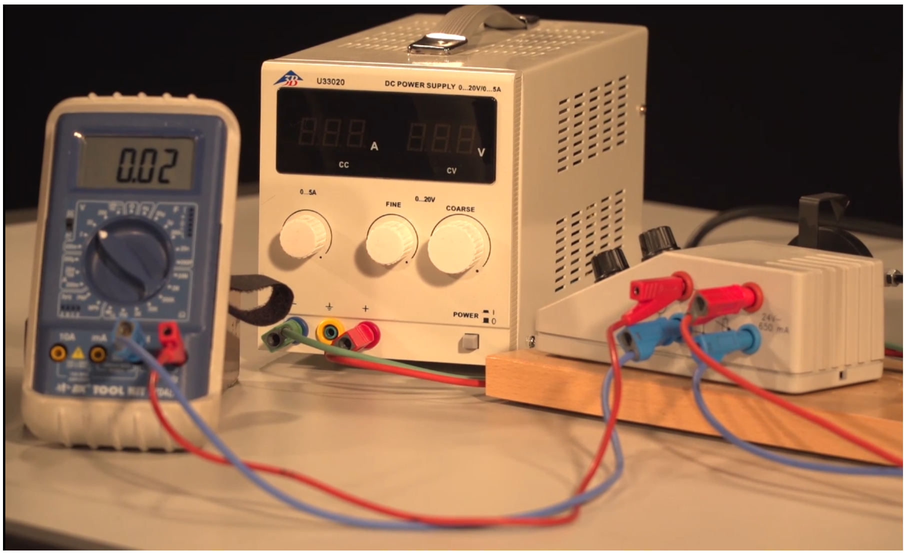


Le branchement du moteur s'effectue comme sur la figure suivante :

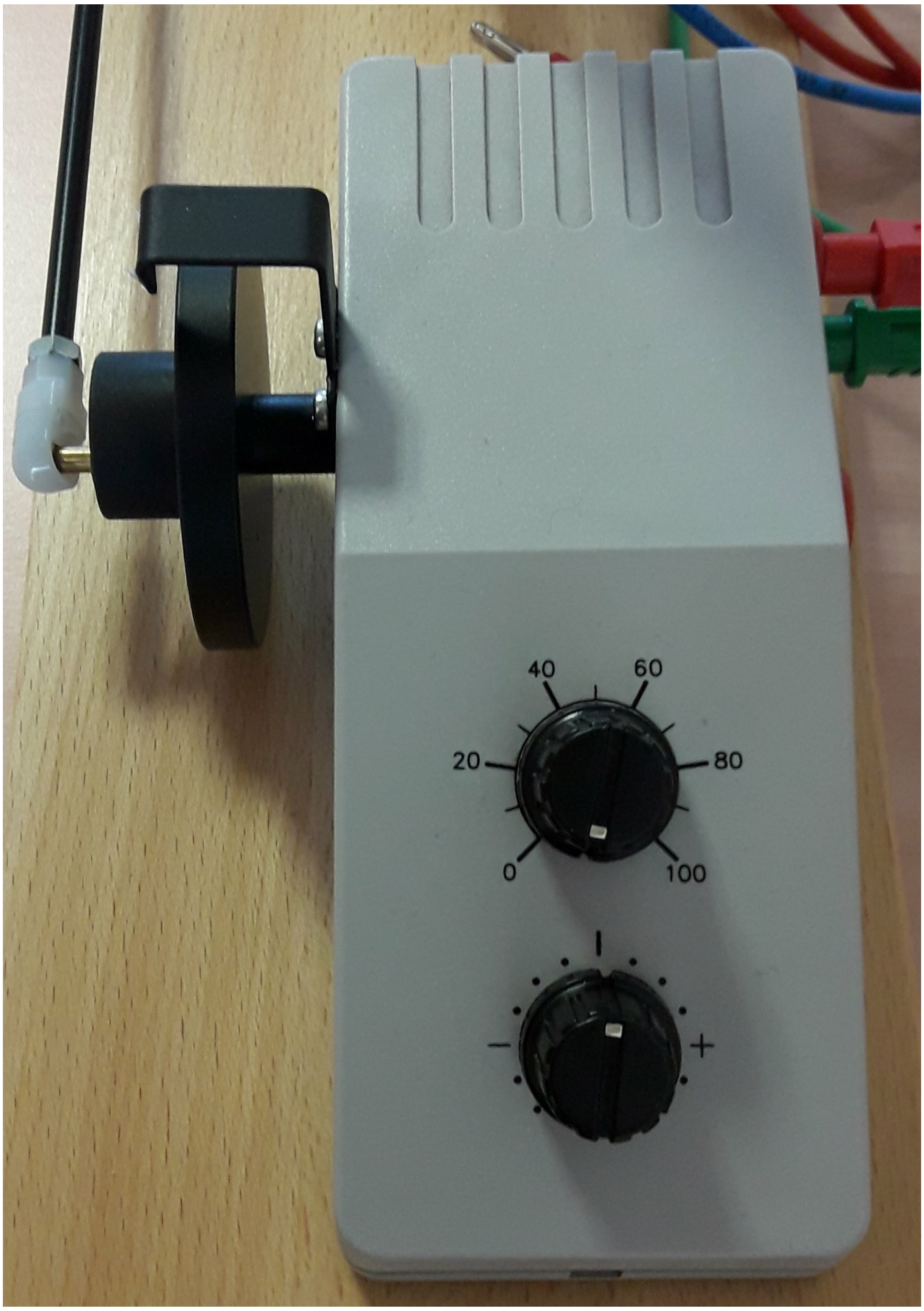




Les deux autres bornes servent à mesurer la tension d'excitation du moteur à l'aide d'un multimètre (voir figure ci-dessous).

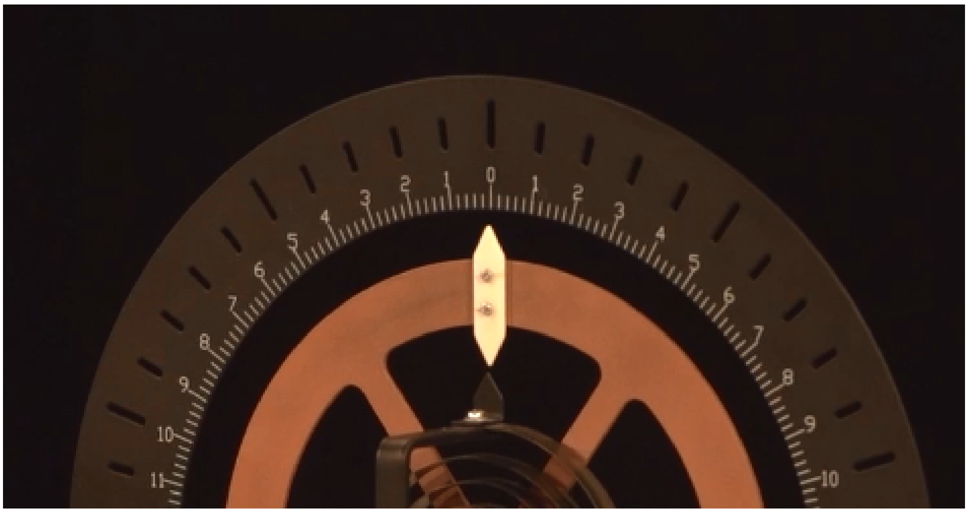


Si la tension appliquée sur le moteur est constante, cette valeur est proportionnelle à la fréquence excitatrice qui se règle via les deux boutons (réglage grossier et réglage précis ; voir figure ci-dessous)



Avant toute manipulation, s'assurer que le zéro de l'oscillateur est bien réglé (voir figure ci-dessous, (repère blanc sur le zéro du vernier).

Si ce n'est pas le cas, vous avez la possibilité de faire tourner le moteur afin de régler le zéro.



2. 2.1 Oscillations libres (faiblement amorties)

Dans cette partie, les bobines ne sont pas alimentées. Les forces de frottement sont réduites au minimum.

2.1. 2.1.1 Mesures

[cf. Oscillations libres]

1- Tourner le pendule pour obtenir un angle maximum et le lâcher sans vitesse initiale.

2- Mesurer plusieurs fois la période d'oscillation du pendule. On pourra mesurer par exemple 10 périodes pour être plus précis. Reporter les valeurs dans un tableau comme celui ci:

Mesure	$10.T_0(s)$
1	
2	
3	

2.2. 2.1.2 Interprétations

3- Évaluer l'incertitude sur le déclenchement et l'arrêt du chronomètre

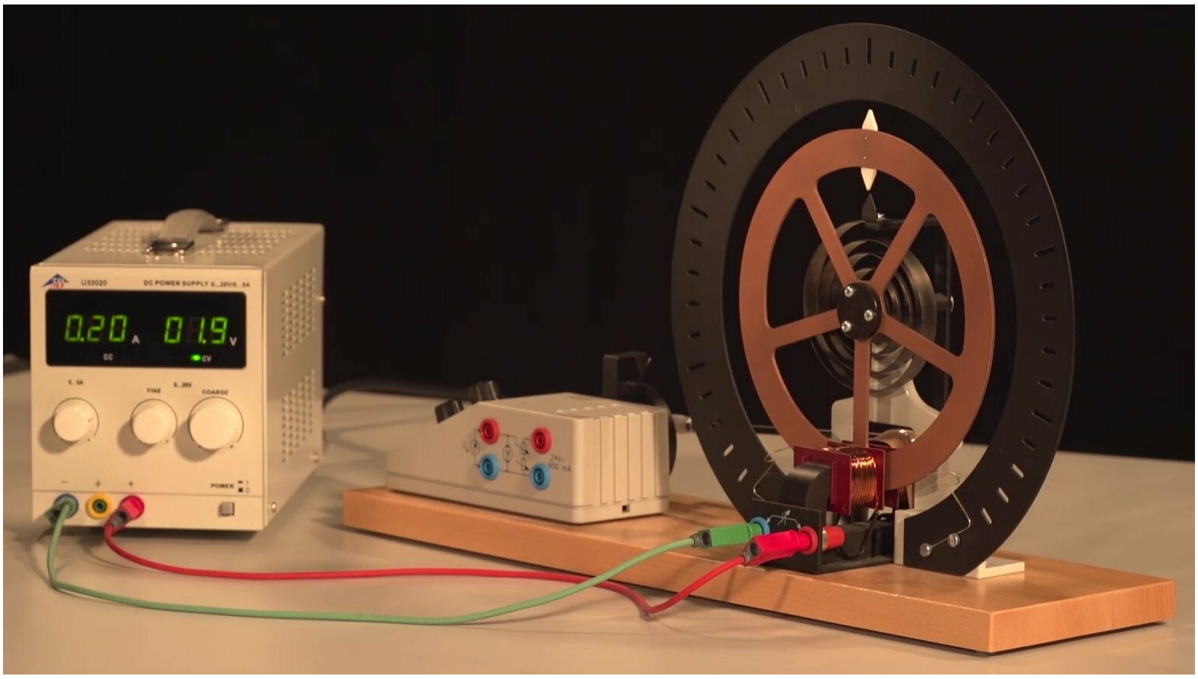
4- En déduire l'incertitude sur la période d'oscillation T_0

5- En déduire la pulsation propre du système.

3. 2.2 Oscillations amorties

La valeur de l'amortissement γ peut être réglée en agissant sur le courant qui parcourt les bobines de l'oscillateur.

L'objectif est de déterminer l'amortissement (γ)) en fonction de plusieurs valeurs du courant I.



3.1. 2.2.1 Mesures

[cf. Oscillations libres amorties branchement]

6- Fixer le courant I à 0.20 A.

7- Tourner le pendule vers la gauche au maximum de sa course.

8- Le lâcher sans vitesse initiale et démarrer le chronomètre.

9- Mesurer le nombre d'oscillations et mesurer les amplitudes maximales sur le côté opposé (à droite) jusqu'à ce que le pendule soit à l'arrêt.

10- Reporter les valeurs dans un tableau.

[cf. Oscillations libres amorties 200 mA]

3.2. 2.2.2 Interprétations

11- Tracer la courbe $\Phi = f(t)$.

12 - Calculer les rapports $\dfrac{\Phi_n}{\Phi_{n+1}}$

13- En déduire la valeur moyenne de K.

14 - Calculer γ. . On déterminera T en comptant le nombre d'oscillations et leur durée totale.

15- Reporter dans le tableau suivant les valeurs mesurées ou calculées.

16 - Refaire l'expérience pour des valeurs de I suivantes: 0.2 A, 0.5 A, 0.8 A et 1.2 A.

[cf. Oscillations_libres amorties_500mA]
[cf. Oscillations libres amorties 800 mA]
[cf. Oscillations libres amorties 1200 mA]

$I(A)$	K	γ	$Tmes(s)$	$Tcalc(s)$
0,2				
0,5				
0,8				
1,2				

17- A partir de la valeur de T_0 déterminée précédemment, et connaissant la valeur de γ, calculer la valeur théorique de $T(Tcal)$.

18 - Faire une dernière mesure en fixant l'intensité I à 2 A. Identifier le régime d'oscillation.

[cf. Oscillations libres amorties 1900 mA]

4. 2.3 Oscillations forcées

Le support du pendule peut être mis en mouvement par l'intermédiaire du moteur de fréquence variable.

L'objectif est ici de tracer la courbe de résonance du pendule en fonction de la fréquence appliquée.

4.1. Etalonnage de la fréquence de rotation du moteur en fonction de la tension appliquée

Pour cela on fait varier la tension moteur de 2 à 15 Volt par pas de 1 Volt .

On mesure le temps mis par le moteur pour faire 10 tours et on en déduit la fréquence.

Tracer ensuite la courbe représentant la pulsation ω_a du moteur en fonction de la tension appliquée.

[cf. oscillations_forcées étalonnage moteur 2Volt]
[cf. oscillations_forcées étalonnage moteur 3 Volt]
[cf. oscillations_forcées étalonnage moteur 4 Volt]
[cf. oscillations_forcées étalonnage moteur 5 Volt]
[cf. oscillations_forcées étalonnage moteur 6 Volt]
[cf. oscillations_forcées étalonnage moteur 7 Volt]
[cf. oscillations_forcées étalonnage moteur 8 Volt]
[cf. oscillations_forcées étalonnage moteur 9 Volt]
[cf. Oscillations forcées étalonnage moteur 10 V]
[cf. Oscillations forcées étalonnage moteur 11 V]
[cf. Oscillations forcées étalonnage moteur 12 V]

4.2. 2.3.1 Mesures

Fixer la tension du moteur à ~20 V

19-Régler le courant dans la bobine d'amortissement à 0 A.

Faire varier la pulsation de l'excitateur de 1 à 6,5 tours/s par pas de 0,25 tours/s (grâce aux réglages grossier et fin de la tension).

20- Attendre le régime stationnaire et mesurer l'amplitude des oscillations Φ_a.

Proche de la résonance, faire varier de façon fine la pulsation. Observer le déphasage entre l'excitateur et l'oscillateur.

[cf. oscillations forcées amorties 0 mA]

Refaire les mesures pour différents amortissements : 0,2 A ; 0,5 A ;0,8 A

[cf. oscillations forcées amorties 200 mA]
[cf. oscillations forcées amorties 500 mA]
[cf. oscillations forcées amorties 800 mA]

4.3. 2.3.2 Interprétations

21- Tracer la courbe $\Phi_a = f(\omega_a)$.

22- Conclusions ?

Manipulation virtuelle

IV

L'animation suivante vous permet de manipuler l'oscillateur de Pohl...

[cf. Oscillateur de Van der Pohl]

Dans cette animation vous avez la possibilité:

- En cliquant sur le bouton « Démarrer » de lancer l'animation
- En cliquant sur le bouton « Arrêter » de stopper l'animation en l'état où elle est
- En cliquant sur le bouton « Reset » de réinitialiser l'animation
- En cliquant sur « Curseurs » de faire apparaître, au niveau de la représentation graphique, des curseurs permettant d'afficher un écart temporel : « Δtemps » ou un écart en amplitude : «Δamplitude»
- En agissant sur le curseur « amortissement » vous ferez varier l'amplitude du coefficient d'amortissement alpha (ce qui correspond à la variation du courant dans la bobine d'amortissement de l'oscillateur réel)
- En agissant sur le curseur « pulsation excitateur » vous ferez varier l'amplitude de la pulsation de l'excitateur ωa (ce qui correspond à la variation de tension appliquée au moteur entraînant l'excentrique)
- En vous servant de l'index rouge solidaire du disque à secteurs jaunes vous pourrez repérer l'amplitude angulaire des oscillations du pendule de Pohl.

  Remarque : les 2 losanges rouges de l'appareil simulé sont des butées permettant de limiter la course en amplitude lors des résonances.

A droite de l'animation est représenté sur un graphique:

- en haut du graphique, la courbe représentant l'amplitude angulaire des oscillations du résonateur en fonction du temps (avec la possibilité de zoomer grâce au curseur vertical)
- en milieu du graphique, la courbe représentant l'amplitude angulaire de l'excitateur (excentrique) en fonction du temps
- en bas de graphique, la courbe représentant l'évolution de la solution transitoire en fonction du temps issue des équations régissant le phénomène oscillatoire (avec la possibilité de zoomer grâce au curseur vertical)

L'objectif de cette animation est donc de tracer la courbe représentant l'évolution de l'amplitude d'oscillation du pendule de Pohl en fonction de la pulsation appliquée par l'intermédiaire de l'excitateur (excentrique) en prenant garde avant de mesurer cette amplitude que le régime permanent est atteint.

accès direct :

https://ggbm.at/hcmsu7nt