

# Conservation de l'énergie mécanique : roue de Maxwell

Version papier téléchargeable

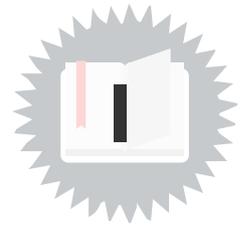


# Table des matières

<b>I - But du TP</b>	<b>3</b>
<b>II - Introduction</b>	<b>4</b>
1. Généralités .....	4
2. Théorie .....	5
<b>III - Partie expérimentale</b>	<b>7</b>
1. Dispositif et procédure expérimentale .....	7
1.1. Dispositif expérimental .....	7
1.2. Protocole des mesures.....	11
2. Mesures .....	13
2.1. hauteur 8,5 cm.....	14
2.2. hauteur 18,5 cm.....	15
2.3. hauteur 28,5 cm.....	15
2.4. hauteur 38,5 cm.....	16
2.5. hauteur 48,5 cm.....	17
3. Exploitation des résultats .....	18
3.1. Calcul du moment d'inertie du disque de Maxwell .....	18
3.2. Étude de la conservation de l'énergie .....	19
<b>IV - Manipulation virtuelle</b>	<b>20</b>

## But du TP

---



Dans ce TP on se propose d'étudier le principe de conservation d'énergie mécanique en mesurant la transformation d'énergie potentielle en énergie cinétique de translation et de rotation. Nous allons aussi déterminer le moment d'inertie de la roue de Maxwell.

# Introduction



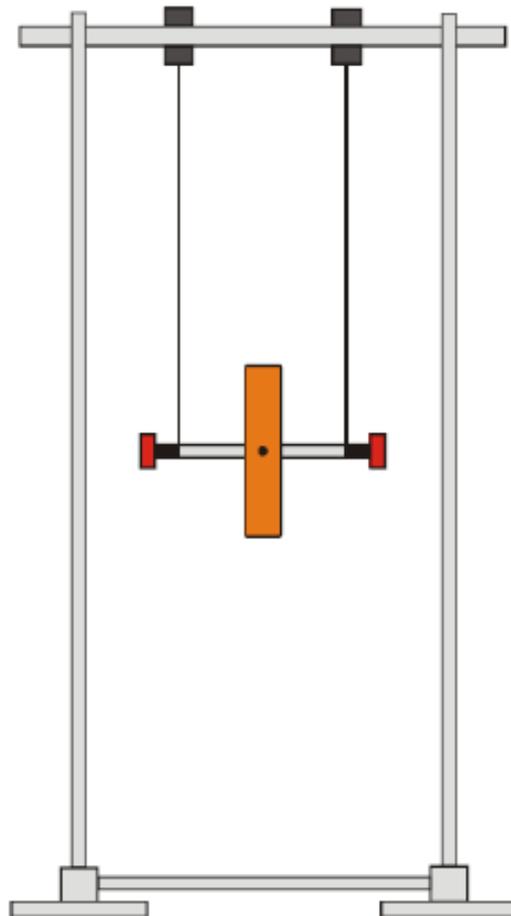
## 1. Généralités

Selon le principe de conservation de l'énergie, la somme de toutes les énergies d'un système isolé est constante au cours du temps.

Dans ce système, l'énergie peut prendre différentes formes (l'énergie potentielle peut se transformer en énergie cinétique), tout en restant constante.

En pratique (cas idéal inclus), cette énergie semble ne pas être constante lors des expériences. Ceci est dû aux formes d'énergie non prises en compte lors de processus de transformation d'une forme d'énergie à une autre; par exemple l'énergie de frottement.

Dans cette expérience, on étudie la conservation de l'énergie mécanique de la roue de Maxwell.



La roue de Maxwell se compose d'un disque de rayon  $R$  et un axe de rayon  $r$  (avec  $r \ll R$ ).

Le disque de Maxwell, maintenu par deux cordes (de même longueur) enroulées autour de son axe, se déplace dans le champ de gravitation.

L'énergie potentielle  $E_{pot}$  est transformée en énergie cinétique de translation  $E_{trans}$  et en énergie cinétique de rotation  $E_{rot}$  à chaque instant.

Pour des hauteurs différentes du disque, les temps et les vitesses sont mesurées.

Les énergies sont mesurées et calculées en fonction du temps.

À l'aide des valeurs trouvées, on peut aussi déterminer le moment d'inertie de la roue de Maxwell.

La valeur de ce moment d'inertie permet de calculer l'accélération gravitationnelle.

## 2. Théorie

À un instant  $t$  de la descente le disque de Maxwell (voir schéma ci-dessous) possède une énergie potentielle,  $E_{pot}$ , une énergie cinétique de translation,  $E_{trans}$  et une énergie cinétique de rotation,  $E_{rot}$ .

L'énergie totale,  $E$ , du disque à l'instant  $t$  vaut :

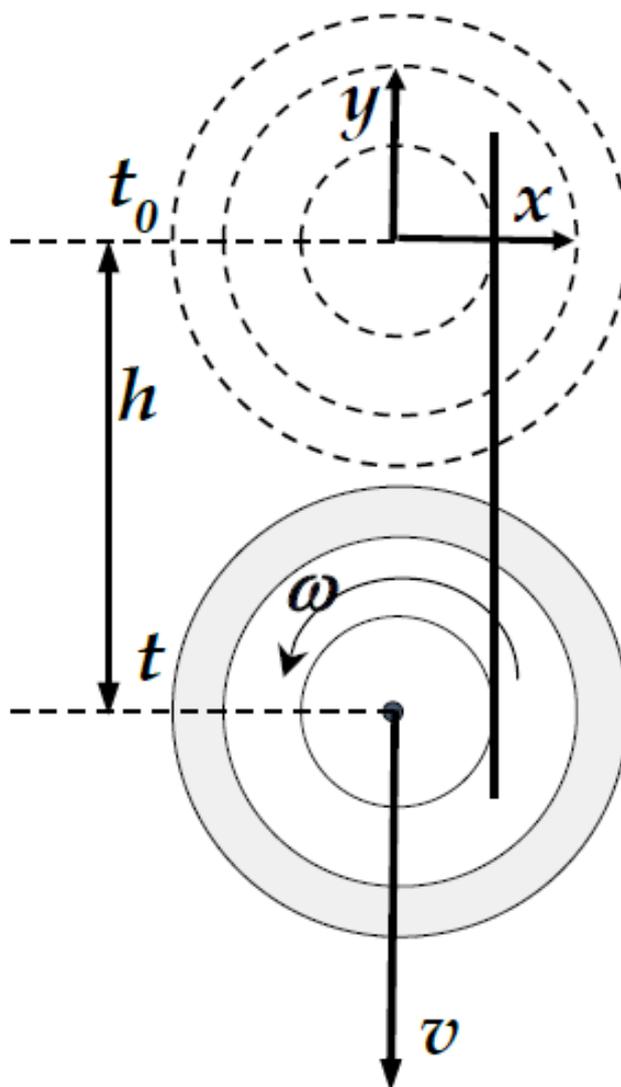
$$E = E_{pot} + E_{trans} + E_{rot}$$

ou

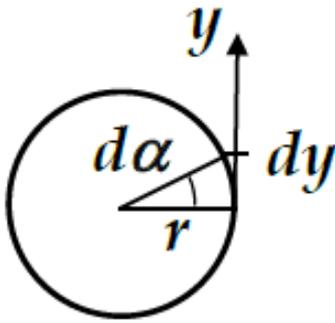
$$E = -m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} I \cdot \omega^2 \text{ eq (1)}$$

où :

- $g$  : accélération de la pesanteur
- $I$  : moment d'inertie du disque par rapport à l'axe de rotation
- $v$  : vitesse de déplacement verticale (translation)
- $\omega$  : vitesse angulaire de rotation



La vitesse angulaire de rotation peut être décrite en fonction de la vitesse de déplacement verticale : lorsque le disque descend d'une distance  $dy$ , il tourne d'un angle  $d\alpha$  (voir schéma ci-dessus) :



$$dy = r.d\alpha \text{ d'où } v = \frac{dy}{dt} = r \cdot \frac{d\alpha}{dt} = r.\omega$$

avec  $r$  le rayon de l'axe du disque.

$$E = -m.g.y(t) + \frac{1}{2}\left(m + \frac{I}{r^2}\right).v(t)^2 \text{ eq (2)}$$

La théorie indique que l'énergie totale du disque est constante au cours du temps.

D'où l'équation de mouvement et l'expression de l'accélération verticale du disque,  $\gamma(t)$ :

$$\frac{dE}{dt} = 0 = -m.g.v(t) + \left(m + \frac{I}{r^2}\right).v(t).\gamma(t) \text{ eq (3)}$$

$$\gamma(t) = \frac{dv}{dt} = \frac{m.g}{\left(m + \frac{I}{r^2}\right)} \text{ eq (4)}$$

Par intégrations successives on obtient les expressions de la vitesse  $v(t)$  et de la hauteur du disque,  $y(t)$  suivantes :

$$v(t) = \int \gamma(t).dt = \frac{m.g}{\left(m + \frac{I}{r^2}\right)}.t + K \text{ eq (5)}$$

$$y(t) = \int v(t).dt = \frac{1}{2} \cdot \frac{m.g}{\left(m + \frac{I}{r^2}\right)}.t^2 + K.t + L \text{ eq (6)}$$

Si nous considérons les conditions initiales : vitesse et hauteur initiale nulles à l'instant  $t = 0$

$$t = 0, v(0) = 0 \Rightarrow K = 0 \Rightarrow v(t) = \frac{m.g}{\left(m + \frac{I}{r^2}\right)}.t \text{ eq (7)}$$

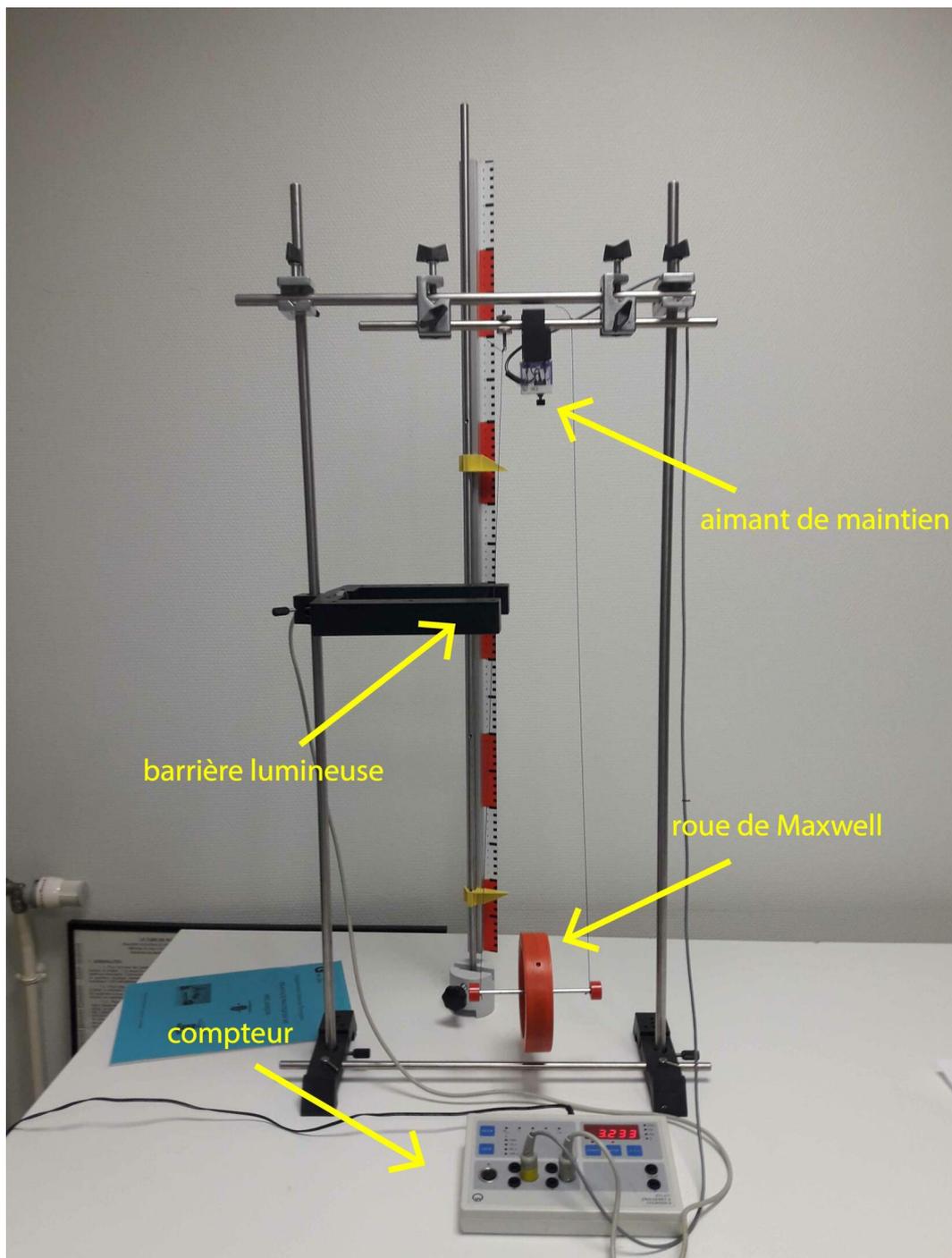
$$t = 0, y(0) = 0 \Rightarrow L = 0 \Rightarrow y(t) = \frac{1}{2} \frac{m.g}{\left(m + \frac{I}{r^2}\right)}.t^2 \text{ eq (8)}$$

# Partie expérimentale

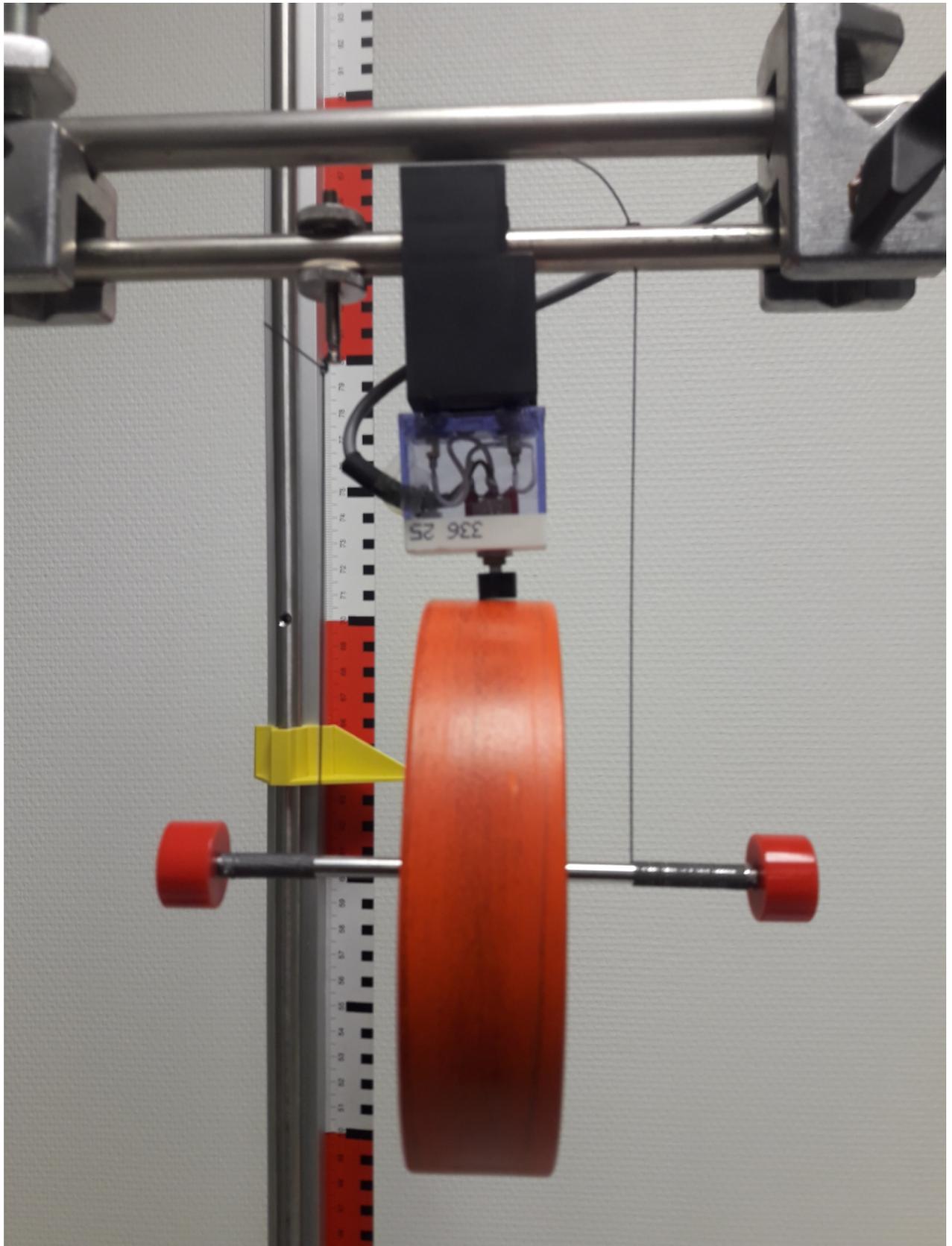


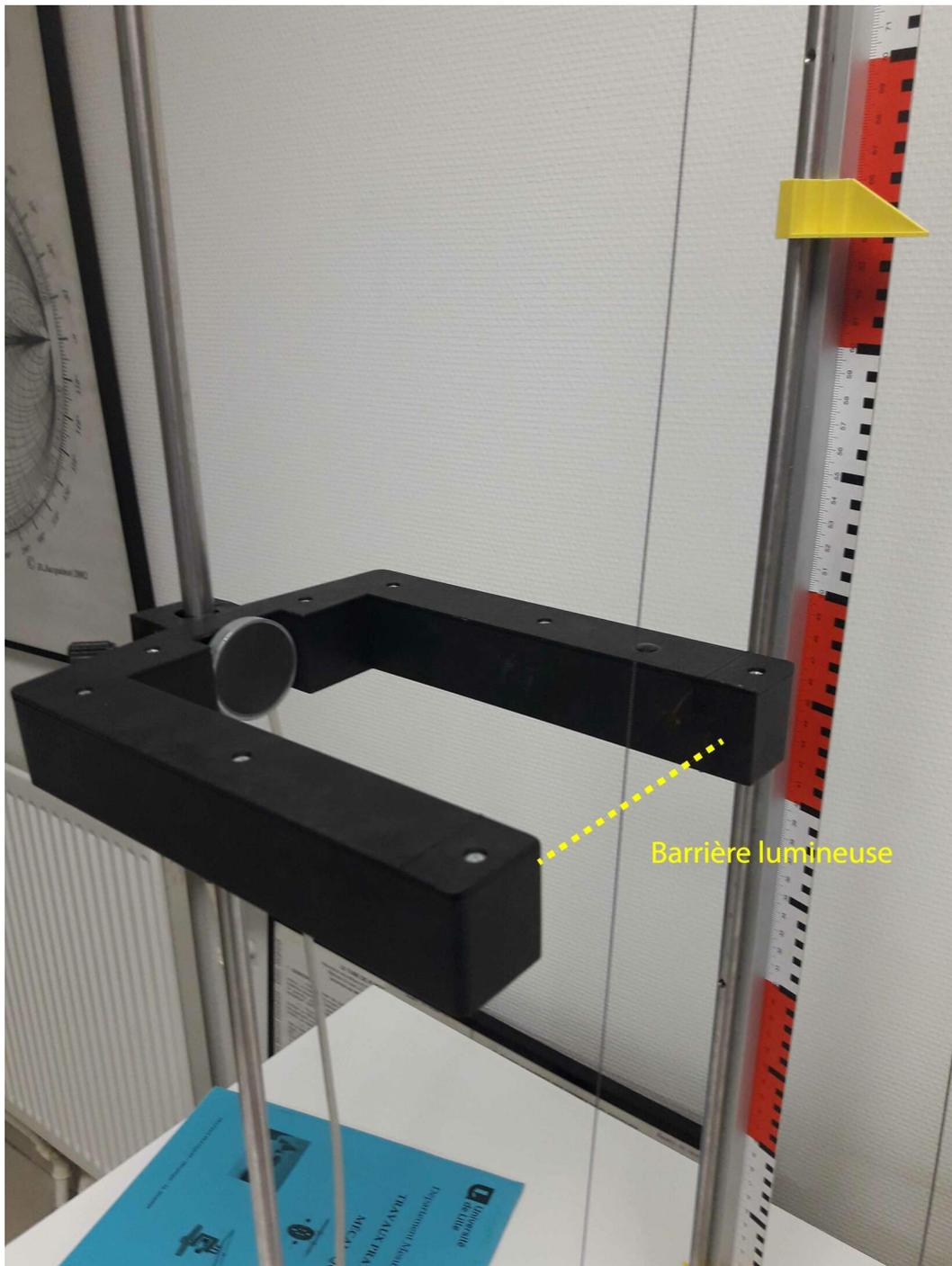
## 1. Dispositif et procédure expérimentale

### 1.1. Dispositif expérimental









Le dispositif expérimental est montré dans les 4 figures ci-dessus.

Il est constitué d'une roue de Maxwell de masse  $m = 450\text{g}$ , un adaptateur pour aimant de maintien avec déclencheur, une barrière lumineuse  $IR$ , un compteur  $S$  et une règle avec aiguille.

Les deux cordes sont enroulées dans le même sens sur l'axe du disque.

L'axe de la roue de Maxwell, dans l'état déroulé, doit être aligné horizontalement.

À la libération, les enroulements doivent s'exécuter à l'intérieur.

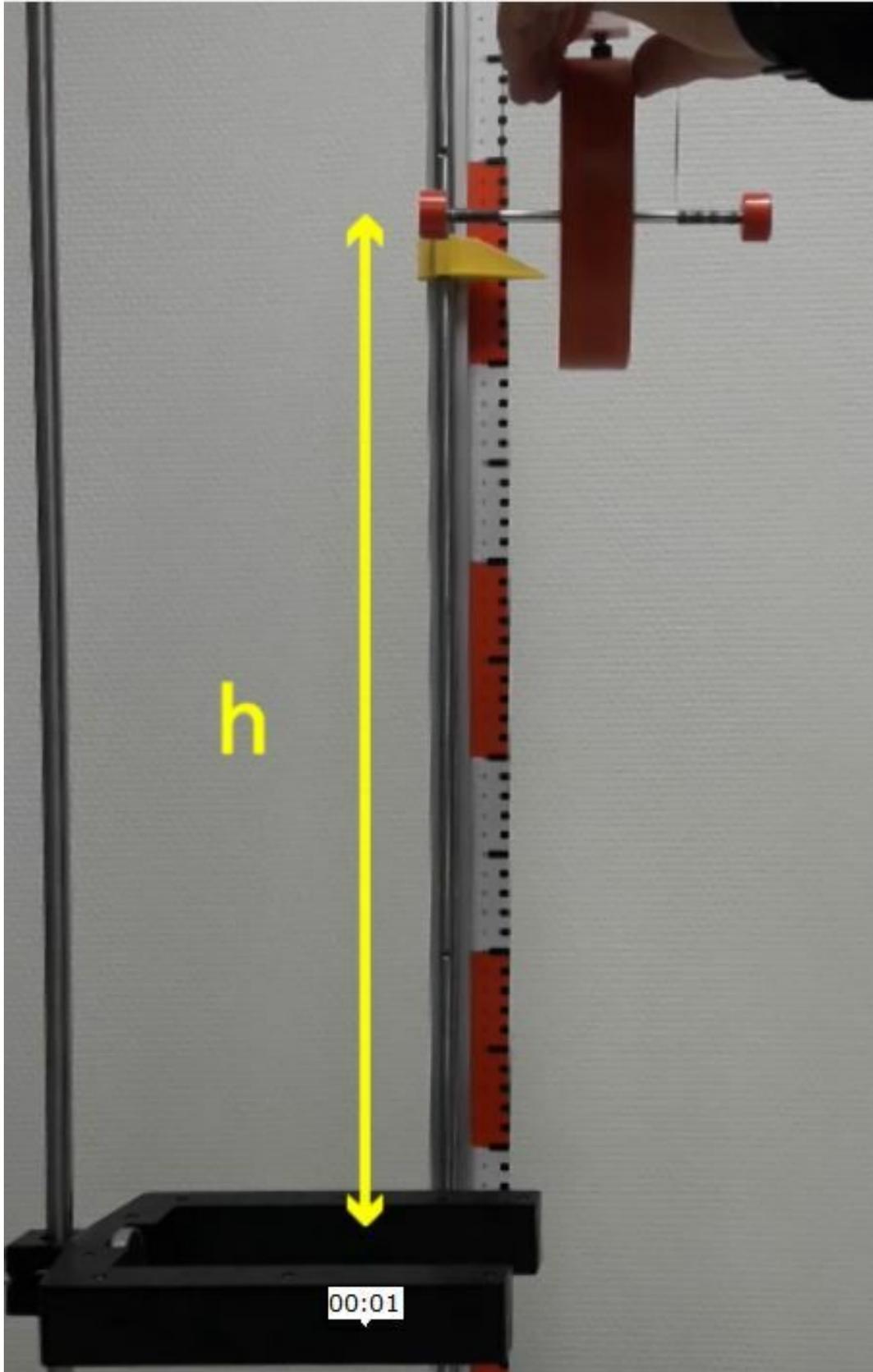
Il est important que le nombre d'enroulements des fils, uniforme sans superposition, soit approximativement égal sur les deux côtés.

Il est essentiel de faire quelques essais, pour les premiers mouvements de haut en bas de la roue, puisque un montage incorrect (vers l'extérieur, traversé) produit un mouvement "gyroscopique" de la roue.

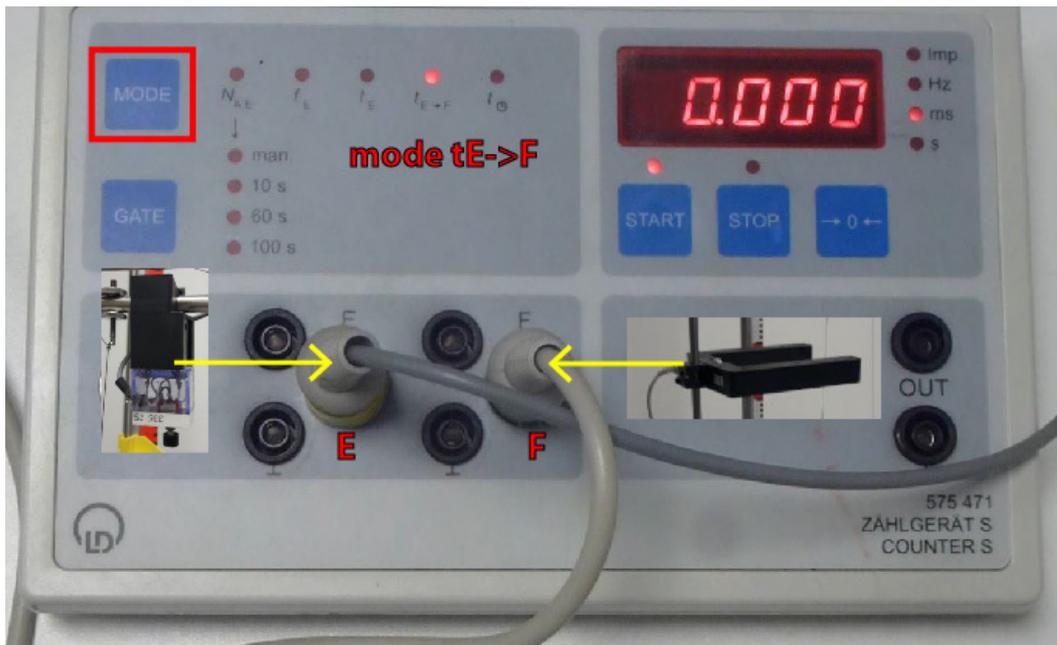
La barrière lumineuse et le déclencheur permettent :

- de mesurer le temps écoulé entre le déclenchement et le passage du disque devant la barrière lumineuse : c.à.d. le temps nécessaire pour parcourir la distance  $h$  (figure 1), de la position initiale (figure 2) jusqu'à atteindre la barrière lumineuse
- de calculer la vitesse de translation du centre de gravité du disque

## 1.2. Protocole des mesures



Pour différentes positions de la barrière lumineuse,  $h$  (figure ci-dessus), le temps de descente et la vitesse de translation doivent être mesurés et calculés à l'aide du compteur S selon le protocole suivant :



1. Mesure du temps de descente,  $t$ , nécessaire pour parcourir la distance  $h$

- Connecter le déclencheur à la position E du Compteur. Connecter la barrière lumineuse à la position F du Compteur.
- Sélectionner MODE  $tE \rightarrow F$
- Déplacer la roue à la position la plus haute et la laisser appuyer sur le déclencheur (Figure 2)
- Appuyer sur START
- Relâcher la roue (quand la roue se met en mouvement, le compteur commence à mesurer le temps)
- Après le passage de la roue à travers le rayon lumineux de la barrière, le système de déclenchement est enfoncé à nouveau et le comptage est interrompu
- Noter le temps de descente,  $t$



1. Mesure du temps  $\Delta t$  pour calculer la vitesse de translation  $v$ , au niveau de la barrière lumineuse
  - Connecter le déclencheur à la position F du Compteur. Connecter la barrière lumineuse à la position E du compteur.
  - Sélectionner MODE **tE**
  - Déplacer la roue à la position la plus haute et la laisser appuyer sur le déclencheur (Figure 2)
2. Appuyer sur START
3. Relâcher la roue (le compteur ne commence pas à mesurer le temps)
4. Quand la roue passe devant la barrière lumineuse le temps  $\Delta t$  (c.à.d. la durée d'obstruction du faisceau lumineux par l'axe du disque) est mesuré par le compteur
5. Noter le temps d'obstruction  $\Delta t$
6. La vitesse de translation (ou vitesse instantanée),  $v$ , est calculée selon l'équation suivante :

$$v = \frac{d}{\Delta t} \text{ eq (9)}$$

avec  $d$  le diamètre de l'axe du disque, ici,  $d = 6 \text{ mm}$ .

## 2. Mesures

Pour 5 positions successives de la barrière lumineuse, correspondant à des distances  $h$  d'environ  $15 \text{ cm}$  à  $55 \text{ cm}$  (par pas de  $10 \text{ cm}$ ), mesurer exactement la hauteur  $h$ , mesurer le temps de descente ( $t$ ), mesurer le temps d'obstruction et calculer la vitesse de translation du disque,  $v$ .

Les mesures sont délicates et nécessitent du soin.

Chaque mesure doit être effectuée au moins cinq fois jusqu'à obtenir des résultats cohérents.

Calculer la valeur moyenne et l'incertitude élargie ( $U$ ) sur les temps mesurés (voir annexe calcul d'incertitudes ; considérer  $k = 2$  pour un niveau de confiance de ).

Dresser un tableau des mesures clair et lisible comme dans l'exemple suivant :

Hauteur, $h$ (m)	0.15	0.25	...	...	0.55
Temps de descente, $t$ (s) (mesures)					
temps d'obstruction $\Delta t$ (ms) (mesures)					
$t$ (s) (moyenne de $t$ )					
$U(t)$ (s)					
$\Delta t$ (ms) (valeur moyenne)					
$U(\Delta t)$ (ms)					
$t+U(t)$ (s)					

t-U(t) (s)					
$\Delta t + U(\Delta t)$ (ms)					
$\Delta t - U(\Delta t)$ (ms)					

Les vidéos suivantes ont été réalisées pour des distances différentes...

## 2.1. hauteur 8,5 cm

### a) 1er essai

[cf.]

hauteur 8,5 cm ; mesure du temps de chute ; 1er essai

[cf.]

hauteur 8,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 1er essai

### b) 2ème essai

[cf.]

hauteur 8,5 cm ; mesure du temps de chute ; 2ème essai

[cf.]

hauteur 8,5 cm ; mesure du temps d'obstruction; 2ème essai

### c) 3ème essai

[cf.]

hauteur 8,5 cm ; mesure du temps de chute ; 3ème essai

[cf.]

hauteur 8,5 cm ; mesure du temps d'obstruction; 3ème essai

### d) 4ème essai

[cf.]

hauteur 8,5 cm ; mesure du temps de chute ; 4ème essai

[cf.]

hauteur 8,5 cm ; mesure du temps d'obstruction; 4ème essai

### e) 5ème essai

[cf.]

hauteur 8,5 cm ; mesure du temps de chute ; 5ème essai

[cf.]

hauteur 8,5 cm ; mesure du temps d'obstruction; 5ème essai

## 2.2. hauteur 18,5 cm

### a) 1er essai

[cf. ]

hauteur 18,5 cm ; mesure du temps de chute ; 1er essai

[cf. ]

hauteur 18,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 1er essai

### b) 2ème essai

[cf. ]

hauteur 18,5 cm ; mesure du temps de chute ; 2ème essai

[cf. ]

hauteur 18,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 2ème essai

### c) 3ème essai

[cf. ]

hauteur 18,5 cm ; mesure du temps de chute ; 3ème essai

[cf. ]

hauteur 18,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 3ème essai

### d) 4ème essai

[cf. ]

hauteur 18,5 cm ; mesure du temps de chute ; 4ème essai

[cf. ]

hauteur 18,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 4ème essai

### e) 5ème essai

[cf. ]

hauteur 18,5 cm ; mesure du temps de chute ; 5ème essai

[cf. ]

hauteur 18,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 5ème essai

## 2.3. hauteur 28,5 cm

### a) 1er essai

[cf. ]

hauteur 28,5 cm ; mesure du temps de chute ; 1er essai

[cf. ]

hauteur 28,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 1er essai

**b) 2ème essai**

[cf. ]

hauteur 28,5 cm ; mesure du temps de chute ; 2ème essai

[cf. ]

hauteur 28,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 2ème essai

**c) 3ème essai**

[cf. ]

hauteur 28,5 cm ; mesure du temps de chute ; 3ème essai

[cf. ]

hauteur 28,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 3ème essai

**d) 4ème essai**

[cf. ]

hauteur 28,5 cm ; mesure du temps de chute ; 4ème essai

[cf. ]

hauteur 28,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 4ème essai

**e) 5ème essai**

[cf. ]

hauteur 28,5 cm ; mesure du temps de chute ; 5ème essai

[cf. ]

hauteur 28,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 5ème essai

**2.4. hauteur 38,5 cm**

**a) 1er essai**

[cf. ]

hauteur 38,5 cm ; mesure du temps de chute ; 1er essai

[cf. ]

hauteur 38,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 1er essai

**b) 2ème essai**

[cf. ]

hauteur 38,5 cm ; mesure du temps de chute ; 2ème essai

[cf. ]

hauteur 38,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 2ème essai

**c) 3ème essai**

[cf. ]

hauteur 38,5 cm ; mesure du temps de chute ; 3ème essai

hauteur 38,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 3ème essai (erreur : pas de fichier)

**d) 4ème essai**

[cf. ]

hauteur 38,5 cm ; mesure du temps de chute ; 4ème essai

[cf. ]

hauteur 38,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 4ème essai

**e) 5ème essai**

[cf. ]

hauteur 38,5 cm ; mesure du temps de chute ; 5ème essai

[cf. ]

hauteur 38,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 5ème essai

**2.5. hauteur 48,5 cm****a) 1er essai**

[cf. ]

hauteur 48,5 cm ; mesure du temps de chute ; 1er essai

[cf. ]

hauteur 48,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 1er essai

**b) 2ème essai**

[cf. ]

hauteur 48,5 cm ; mesure du temps de chute ; 2ème essai

[cf. ]

hauteur 48,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 2ème essai

**c) 3ème essai**

[cf. ]

hauteur 48,5 cm ; mesure du temps de chute ; 3ème essai

[cf. ]

hauteur 48,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 3ème essai

**d) 4ème essai**

[cf. ]

hauteur 48,5 cm ; mesure du temps de chute ; 4ème essai

[cf. ]

hauteur 48,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 4ème essai

**e) 5ème essai**

[cf. ]

hauteur 48,5 cm ; mesure du temps de chute ; 5ème essai

[cf. ]

hauteur 48,5 cm ; mesure du temps d'obstruction ; 5ème essai

### 3. Exploitation des résultats

#### 3.1. Calcul du moment d'inertie du disque de Maxwell

- Construire un nouveau tableau comme dans l'exemple suivant (pour le calcul de  $t^2$ ,  $U(t^2)$  et vitesse de translation,  $v$  (eq. 9)):

hauteur, h (m)	0.15	0.25	...	...	0.55
temps de descente au carré $t^2(s^2)$					
$U(t^2) (s^2)$					
$v(m/s)$					

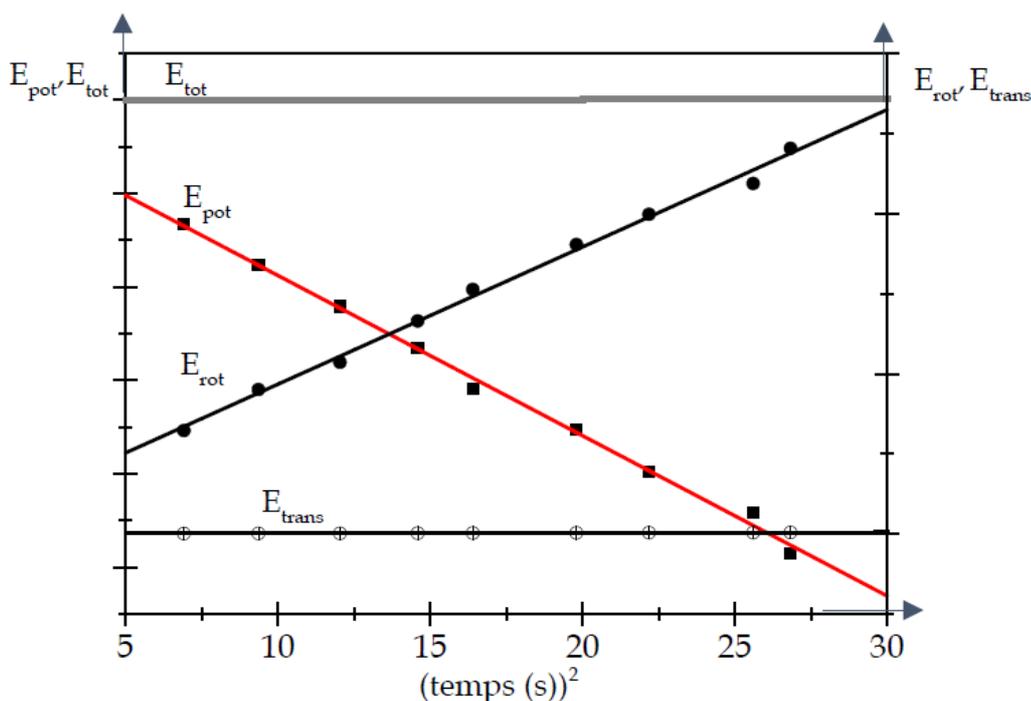
- Selon l'équation (8) il existe une relation linéaire entre la hauteur et le carré du temps de descente.
- Tracer le graph  $h = f(t^2)$  sur un papier millimétrique en y faisant figurer les barres d'erreurs sur l'abscisse  $t^2(t^2 + U(t^2))$  et  $t^2 - U(t^2)$ .
- Commenter la forme de la tendance de  $h = f(t^2)$  par rapport à la théorie (eq.8)
- Calculer la pente,  $p$ , de la droite moyenne que passe le mieux possible à travers les points  $(t^2, h)$ .
- Tracer aussi les droites extrêmes qui décrivent une borne supérieure et inférieure, et calculer l'incertitude sur la pente : calculer leur pentes,  $p_{max}$  et  $p_{min}$ , pente moyenne  $p$  et incertitude  $U(p)$   
Comparer les valeurs...
- A l'aide de l'équation (8), calculer le moment d'inertie,  $I$ , du disque ainsi que son incertitude,  $U(I)$ .  
Données : Masse de la roue  $m = 450g$  ; diamètre de l'axe  $d = 6mm$  ;  $g = 9.81m/s^2$
- L'équation (7) montre qu'il existe une relation linéaire entre la vitesse de translation  $v$  et le temps de descente ( $t$ ).
- Tracer le graphe  $v = f(t)$  sur un papier millimétrique. Calculer la pente de la droite.....Calculer le moment d'inertie,  $I$ , du disque et l'incertitude sur  $I$ ,  $U(I)$  de façon identique.
- Comparer les valeurs et les incertitudes du moment d'inertie obtenues.  
En déduire un moment d'inertie pour la suite des calculs.

### 3.2. Étude de la conservation de l'énergie

1. En utilisant les résultats précédents, calculer l'énergie potentielle, l'énergie cinétique de translation et l'énergie cinétique de rotation pour les différentes hauteurs ; construire un tableau comme dans l'exemple suivant :

hauteur, h (m)	0.15	0.25	...	...	0.55
temps de descente au carré $t^2 (s^2)$					
$E_{pot}(J)$					
$E_{trans}(J)$					
$E_{rot}(J)$					

2. Représenter dans le même graphe (voir exemple ci-dessous) l'évolution de l'énergie potentielle  $E_{pot}$  en fonction de l'énergie cinétique de translation  $E_{trans}$  et de l'énergie cinétique de rotation  $E_{rot}$  en fonction du carré du temps de descente.



3. Ajuster des droites moyennes aux points expérimentaux

- Comparer les courbes d'énergie potentielle et d'énergie cinétique de rotation. Que conclure ?
- Conclure sur l'énergie mécanique totale. Est-ce que la théorie est convenablement vérifiée par l'expérience ?

Pour répondre à cette question prendre quelques points des droites moyennes (et non pas quelques points de mesure)

- Si on abandonne la roue en mouvement d'une hauteur fixe pendant un temps plus long, va-t-elle s'arrêter? Expliquer.

Conclusions

Conclusions ?

## Manipulation virtuelle

---



L'animation suivante vous permet de simuler la roue de Maxwell pour en déterminer le moment d'inertie par 2 méthodes différentes.

[cf.]

lien direct : <https://www.geogebra.org/m/mxh92jng>